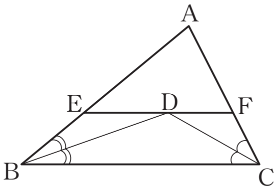
第19講・三角形②　二等辺三角形の証明問題

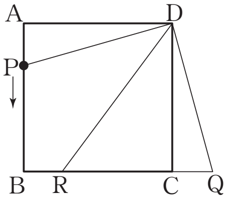
例題 1

右の図のように，△ABC の∠B の二等分線と∠C の二等分線の交点を D とする。D を通り辺 BC に平行な直線をひき，辺 AB，AC との交点をそれぞれ E，F とするとき，EF＝EB＋FC となることを証明しなさい。



例題 2

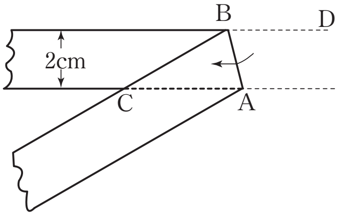
右の図のように，正方形 ABCD がある。点 P は，線分 AB 上を点 A から点 B まで矢印の方向に動くものとする。線分 BC の延長線上に，△DAP ≡ △DCQ となるような点 Q をとる。また，∠PDC の二等分線が, 線分 BC と交わる点を R とする。このとき，△QDR は二等辺三角形であることを証明しなさい。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 3

幅 2cm の紙テープを，右の図のように折って重ねた。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，∠ABD は 90° より小さい角とする。



(1)　∠ABD＝75° のとき，∠ABC の大きさを求めよ。

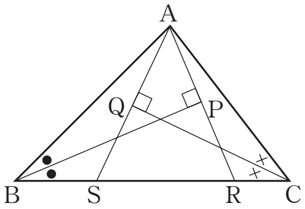
(2)　紙テープの折り方を変えても，△ABC は二等辺三角形であることを証明せよ。

(3)　△ABC の面積が最も小さくなるときの∠ABD の大きさと，△ABC の面積を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

19－1



右の図のような△ABCがあり，∠B，∠Cの二等分線にAから垂線をひき，その交点をそれぞれP，Qとする。AP，AQの延長が辺BCと交わる点をそれぞれR，Sとする。BC＝a，CA＝b，AB＝cとするとき，RSの長さをa，b，cを用いて表しなさい。

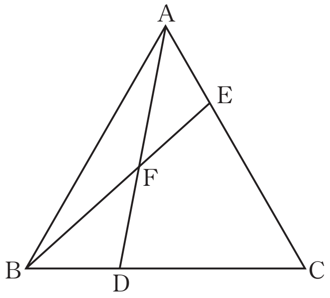
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第19講・確認テスト

[1]　右の図のように，正三角形 ABC の辺 BC，CA 上に，AE＝BD となるような点 D，E をとり，AD と BE の交点を F とするとき，△ABFが二等辺三角形であることを下のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切なものを選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ABE と△BAD において

共通な辺より　ア ＝ イ

正三角形 ABC の角より　ウ ＝ エ ＝ オ 。

仮定より　AE＝BD

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABE≡△BAD

よって，∠ABE＝∠BAD

2 つの角が等しいので，△ABFは二等辺三角形である。

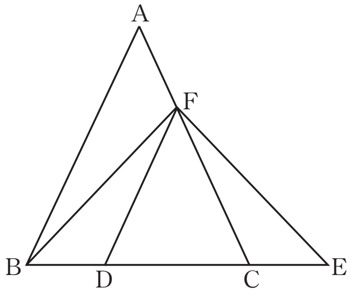
（選択肢）

① 45　② 60　③ 90　④ AB　⑤ BC　⑥ BA　⑦ AC

⑧ ∠ABD　⑨ ∠ACD　⑩ ∠BAE　⑪ ∠ADB　⑫ ∠BEA

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［2］　右の図のように，AB＝ACの△ABCの辺BC上に点Dをとり，辺BCの延長上に，CE＝BDとなる点Eをとる。Dを通りABに平行な直線とACの交点をFとするとき，△FBEは二等辺三角形である。このことを，下のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切なものを選び，その番号を答えなさい。



（証明）△FBDと△FECにおいて

仮定より　BD＝EC　…①

平行線の［カ］は等しいから　∠FDC＝∠ABC

AB＝ACより二等辺三角形の［キ］は等しいから　∠ABC＝∠FCD

よって，［ク］＝［ケ］

2つの角が等しいので，△FDCは二等辺三角形である。

したがって，FD＝FC　…②

また，∠FDB＝180°－［ク］

　　　∠FCE＝180°－［ケ］

よって，∠FDB＝∠FCE　…③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△FBD≡△FEC

よって，FB＝FE

したがって，△FBEは二等辺三角形である。

（選択肢）

①　錯角　　②　同位角　　③　2角　　④　底角　　⑤　∠FBD　　⑥　∠FCE

⑦　∠FDC　　⑧　∠FCD　　⑨　∠ABC

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第19講・三角形②　二等辺三角形の証明問題

例題 1

証明　EF//BC より，∠BDE＝∠DBC…①　　仮定より，∠DBC＝∠EBD…②

①，②より，∠BDE＝∠EBD　　したがって，ED＝EB…③

同様にして，FD＝FC…④

③，④より，EF＝ED＋FD＝EB＋FC

解説

平行線の錯角は等しいことを利用する。平行であれば，錯角，同位角がそれぞれ等しい。

例題 2

証明　△DAP≡△DCQ より，∠ADP＝∠CDQ

また，∠PDR＝∠CDR

よって，∠ADR＝∠ADP＋∠PDR＝∠CDQ＋∠CDR＝∠QDR…①

また，AD//BC より∠ADR＝∠QRD…②

①，②より，∠QDR＝∠QRD

よって，2 角が等しいから，△QDR は二等辺三角形である。

例題 3

(1)　75°

(2)　証明　折り返した角だから，∠ABC＝∠ABD…①

BD//CA より，∠ ABD＝ ∠ BAC…②

①，②より，∠ABC＝∠BAC

2 つの角が等しい三角形だから，△ABC は二等辺三角形である。

(3)　∠ABD＝45°　　△ABC＝2cm^2

解説

(3)　AC を底辺とすると高さはつねに 2cm だから，△ABC＝$\frac{1}{2}$×AC×2＝AC

また AC＝BC だから，BC の長さが最短のとき△ ABC の面積は最小になる。

BC が最短になるのは BC ⊥ AC のとき。∠ABD＋∠ABC＝90° より∠ABD＝45°

$\frac{1}{2}\times2\times2=2(\text{cm}^2)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

19－1

$\boldsymbol{b+c-a}$

解説

△BAP≡△BRP，△CAQ≡△CSQ だから，

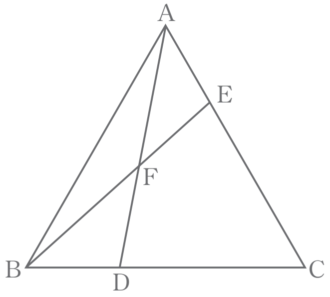
BR＝BA＝c，CS＝CA＝b

RS＝BR＋CS－BC＝$b+c-a$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第19講・確認テスト

［1］　右の図のように，正三角形 ABC の辺 BC，CA 上に，AE＝BD となるような点 D，E をとり，AD と BE の交点を F とするとき，△ABFが二等辺三角形であることを下のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切なものを選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ABE と△BAD において

共通な辺より　［ア］＝［イ］

正三角形 ABC の角より　［ウ］＝［エ］＝［オ］°

仮定より　AE＝BD

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABE≡△BAD

よって，∠ABE＝∠BAD

2 つの角が等しいので，△ABFは二等辺三角形である。

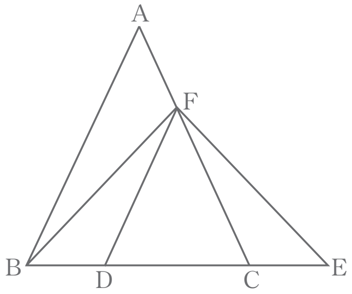
（選択肢）

①　45　②　60　③　90　④　AB　⑤　BC　⑥　BA　⑦　AC

⑧　∠ABD　⑨　∠ACD　⑩　∠BAE　⑪　∠ADB　⑫　∠BEA

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［2］　右の図のように，AB＝AC の△ABC の辺 BC 上に点 D をとり，辺 BC の延長上に，CE＝BD となる点 E をとる。D を通り AB に平行な直線と AC の交点を F とするとき，△FBE は二等辺三角形である。このことを，下のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切なものを選び，その番号を答えなさい。



（証明）△FBD と△FEC において

仮定より　BD＝EC　…①

平行線の［カ］は等しいから　∠FDC＝∠ABC

AB＝AC より二等辺三角形の［キ］は等しいから　∠ABC＝∠FCD

よって，［ク］＝［ケ］

2 つの角が等しいので，△FDC は二等辺三角形である。

したがって，FD＝FC　…②

また，∠FDB＝180° − ［ク］

∠FCE＝180° − ［ケ］

よって，∠FDB＝∠FCE　…③

①，②，③より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△FBD≡△FEC

よって，FB＝FE

したがって，△FBE は二等辺三角形である。

（選択肢）

①　錯角　②　同位角　③　2 角　④　底角　⑤　∠FBD　⑥　∠FCE

⑦　∠FDC　⑧　∠FCD　⑨　∠ABC

解答

［1］　ア　④　イ　⑥　ウ　⑩　エ　⑧　オ　②

［2］　カ　②　キ　④　ク　⑦　ケ　⑧

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。